Θεμα Α

Α1. Σχ. Βιβλιο σελ. 16

Α2. α. Λάθος

β. Σωστό

γ. Λάθος

Α3. α. $(f(x)\cdot g(x))' = f'(x)\cdot g(x) + f(x)\cdot g'(x)$

β. $(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

γ. $(\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x$

Α4. Σχ. Βιβλίο σελ. 28-29

Θεμα Β

Β1. $f_1(\%) = F_1(\%) = 40\%$

$f_2(\%) = F_2(\%) - F_1(\%) = 30\%$

$f_3(\%) = F_3(\%) - F_2(\%) = 20\%$

$$f_3 = \frac{V_3}{V} \Leftrightarrow 0{,}2 = \frac{10}{V} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0{,}2 \cdot V = 10 \Leftrightarrow V = 50$$

$$V_1 = f_1(\%) \cdot V = \frac{40}{100} \cdot 50 = 20$$

$$V_2 = f_2(\%) \cdot V = \frac{30}{100} \cdot 50 = 15.$$

$$V_4 = f_4(\%) \cdot V = \frac{10}{100} \cdot 50 = 5$$

x_i	ν_i	$f_i(\%)$	N_i	$F_i(\%)$
0	20	40	20	40
1	15	30	35	70
2	10	20	45	90
3	5	10	50	100
Συν.	50	100		

Β2) $f_4(\%) = 10\%$

Β3) $\nu_2 + \nu_3 + \nu_4 = 15 + 10 + 5 = 30$ μαθητές

Β4) $f_1(\%) + f_2(\%) + f_3(\%) = 40\% + 30\% + 20\% =$

$= 90\%$

Θεμα Γ

Γ1 $A(-1,-2) \in C_f$ συνεπώς:

$$f(-1) = -2 \Leftrightarrow (-1)^3 - \lambda(-1)^2 + 2 = -2$$

$$\Leftrightarrow -1 - \lambda + 2 = -2 \Leftrightarrow -\lambda = -3 \Leftrightarrow \lambda = 3$$

Γ2 Για $\lambda = 3$: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$f''(x) = 6x - 6$$

Γ3 $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow 3x(x-2) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	0	$+$	
f		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
			Μ		Ε		

Η f ειναι γν. αύξουσα στο $(-\infty, 0]$ κ στο $[2, +\infty)$ ενω ειναι γν. φθίνουσα στο $[0, 2]$.

Η f παρουσιάζει στο $x_1 = 0$ τ. μεγιστο το οποίο ειναι το $f(0) = 2$ ενω στο $x_2 = 2$ τ. ελάχιστο το οποιο ειναι το $f(2) = -2$

Γ4

$$\lim_{x\to 1} \frac{f'(x)+3}{f''(x)} = \lim_{x\to 1} \frac{3x^2-6x+3}{6x-6} =$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{3(x^2-2x+1)}{6(x-1)} = \lim_{x\to 1} \frac{\cancel{3}(x-1)^{\cancel{2}}}{\underset{2}{\cancel{6}}\cancel{(x-1)}}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

Θέμα Δ

$$f(x) = (x^2+4x+5)^{20}.$$

Δ1 $f'(x) = \left[(x^2+4x+5)^{20}\right]' = 20(x^2+4x+5)^{19} \cdot (x^2+4x+5)' =$

$= 20(x^2+4x+5)^{19}(2x+4) = \underline{\underline{40(x^2+4x+5)^{19}(x+2)}}$

Δ2 $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(-2+h)-f(-2)}{h} = f'(-2)$

Επομένως έχουμε $f'(-2) = 40\left[(-2)^2+4(-2)+5\right]^{19}(-2+2)$

$\Rightarrow f'(-2)=0$

Δ3 Θα πρέπει $f'(x_0)=0$ ώστε να είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 40(x^2+4x+5)^{19}(x+2)=0 \Leftrightarrow \underline{x=-2}$

$\Delta = 4^2-4\cdot1\cdot5=-4<0$ επομένως η $x^2+4x+5=0$ δεν έχει ρίζες στο $\mathbb{R}$.

Επομένως $y = f(-2) = \left((-2)^2+4(-2)+5\right]^{20} = 1^{20} = 1$

Επομένως η $y=1$ η εξίσωση εφαπτομένης ώστε να είναι παράλληλη στον $x'x$.

$\boxed{\Delta_4}$ $d = (AO) = \sqrt{(x-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{x^2+1}$.

$d(x) = \sqrt{x^2+1}$

$d'(x) = \left(\sqrt{x^2+1}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x^2+1}}(x^2+1)' = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}} \Rightarrow$

$d'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

Για $x=1$ έχουμε $d'(1) = \frac{1}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.