ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ:

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΠΡΟΧΕΙΡΕΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

Α1. β)

Α2 γ)

Α3 α)

Α4 γ)

Α5 α) Λ
β) Σ
γ) Λ
δ) Σ
ε) Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1) $\upsilon_s = \dfrac{\upsilon_H}{20}$

f_1, f_2

$$f_1 = \frac{\upsilon_H}{\upsilon_H + \upsilon_s} \cdot f_s \Rightarrow f_1 = \frac{\upsilon_H}{\upsilon_H + \frac{\upsilon_H}{20}} f_s$$

$$\Rightarrow f_1 = \frac{\upsilon_H}{\frac{21 \upsilon_H}{20}} f_s \Rightarrow \boxed{f_1 = \frac{20}{21} f_s} \quad (1)$$

Κατά την κρούση $\vec{P}_{ολ(πριν)} = \vec{P}_{ολ(μετά)} \Rightarrow m \cdot \upsilon_s = (m+m) V_K$

$$\Rightarrow V_K = \frac{\upsilon_s}{2} \Rightarrow \boxed{\upsilon_K = \frac{\upsilon_H}{40}} \quad (2)$$

Άρα $f_2 = \dfrac{\upsilon_H}{\upsilon_H + V_K} f_s \overset{(2)}{\Rightarrow} f_2 = \dfrac{\upsilon_H}{\upsilon_H + \frac{\upsilon_H}{40}} f_s \Rightarrow f_2 = \dfrac{\upsilon_H}{\frac{41}{40} \upsilon_H} f_s$

$$\Rightarrow \boxed{f_2 = \frac{40}{41} f_s} \quad (3)$$

Διαίρεση κατά μέλη των (1) και (3) ~~έχω~~ ς

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{20}{21} \cancel{f_s}}{\frac{40}{41} \cancel{f_s}} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{\cancel{20}^{1} \cdot 41}{\cancel{40}_{2} \cdot 21} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{41}{42}$$

Σωστό το (β)

B2) $B \to \Gamma$ $A_1 = 2A_2$

h

$A_3 = \frac{A_2}{2}$

Bernoulli $\Delta \to \Gamma$: $P_\Delta + \frac{1}{2}\rho \cdot u_\Delta^2 = P_{ατμ} + \frac{1}{2}\rho \cdot u_\Gamma^2$

$\Rightarrow P_\Delta = P_{ατμ} + \frac{1}{2}\rho(u_\Gamma^2 - u_\Delta^2)$ (1)

Εξίσωση συνέχειας $\Pi_\Delta = \Pi_\Gamma \Rightarrow A_1 \cdot u_\Delta = A_2 \cdot u_\Gamma \Rightarrow$

$\Rightarrow 2\cancel{A_2} u_\Delta = \cancel{A_2} u_\Gamma \Rightarrow 2u_\Delta = u_\Gamma$ (2)

$(1) \overset{(2)}{\Rightarrow} P_\Delta = P_{ατμ} + \frac{1}{2}\rho(4u_\Delta^2 - u_\Delta^2) \Rightarrow P_\Delta = P_{ατμ} + \frac{1}{2}\rho 3u_\Delta^2$

$\Rightarrow P_\Delta = P_{ατμ} + \frac{3}{2}\rho u_\Delta^2$ (3)

Στον κατακόρυφο σωλήνα: $P_\Delta = P_{ατμ} + \rho \cdot g h$ (4)

$\Rightarrow (3),(4) \Rightarrow \cancel{P_{ατμ}} + \rho g h = \cancel{P_{ατμ}} + \frac{3}{2}\rho \cdot u_\Delta^2$

$\Rightarrow h = \frac{3}{2} \cdot \frac{u_\Delta^2}{g}$ ~~(4)~~ $\Rightarrow h = \frac{3}{2} \frac{u_\Gamma^2}{4g}$ ~~(4)~~ $\Rightarrow \boxed{h = \frac{3u_\Gamma^2}{8g}}$ (5)

Ισχύει επίσης $\Pi_\Gamma = \Pi_Z \Rightarrow A_2 \cdot u_\Gamma = A_3 \cdot u_Z \Rightarrow$

$\Rightarrow \cancel{A_2} u_\Gamma = \frac{\cancel{A_2}}{2} u_Z \Rightarrow u_Z = 2u_\Gamma$ (6)

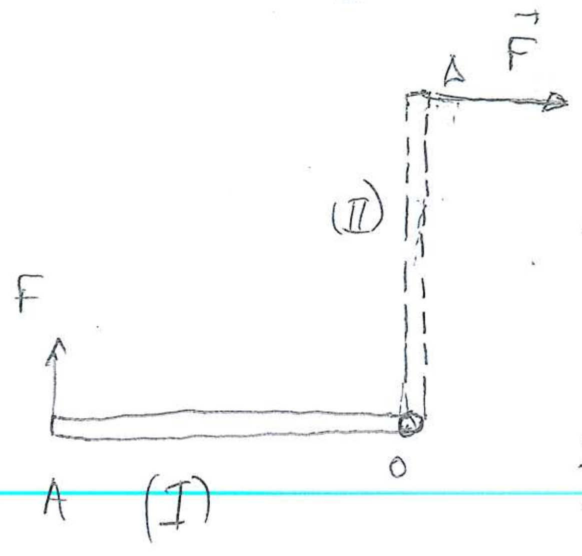
Bernoulli από την επιφάνεια του υγρού στο δοχείο μέχρι το u_Z

$\cancel{P_{ατμ}} + \rho g H = \cancel{P_{ατμ}} + \frac{1}{2}\rho \cdot u_Z^2 \Rightarrow g H = \frac{u_Z^2}{2} \Rightarrow H = \frac{u_Z^2}{2g}$

$\overset{(6)}{\Rightarrow} \boxed{H = \frac{4u_\Gamma^2}{2g} = \frac{2u_\Gamma^2}{g}}$ (7)

(5), (7) $\frac{h}{H} = \frac{3\frac{u_1^2}{8g}}{2\frac{u_1^2}{g}} \Rightarrow \frac{h}{H} = \frac{3}{16}$ iii

B3



ΘΜΚΕ (I → II)

$K_{II} - \cancel{K_I}^{\,0} = W_F \Rightarrow$

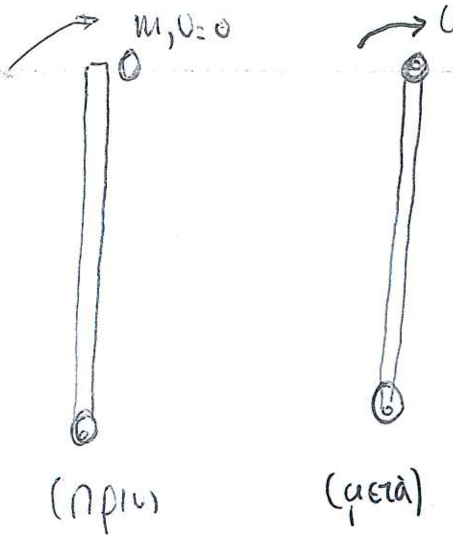
$\frac{1}{2} I\omega^2 = F \cdot L \cdot \frac{\pi}{2}$

$\frac{1}{2}\frac{1}{3} M L^{\cancel{2}} \omega^2 = F \cdot \cancel{L} \frac{\pi}{2}$

$\frac{1}{6} M L \omega^2 = \frac{F\pi}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 1 \cdot \omega^2 = 9\pi \cdot \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{1}{\cancel{2}}\omega^2 = \frac{9\pi^2}{\cancel{2}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \omega^2 = 9\pi^2 \Rightarrow \boxed{\omega = 3\pi \text{ rad/s.}}$



ΑΔΣ

$\vec{L}_{\text{ολ}}(\text{πριν}) = \vec{L}_{\text{ολ}}(\text{μετά}) \Rightarrow$

$I \cdot \omega = I' \cdot \omega' \Rightarrow$

$\frac{1}{3} M L^2 \cdot \omega = \left(\frac{1}{3} M L^2 + m L^2\right)\omega'$

$\frac{1}{\cancel{3}} \cdot \cancel{3} \cdot 1^2 \cdot \frac{3\pi}{2} = \left(\frac{1}{\cancel{3}} \cdot \cancel{3} \cdot 1^2 + 1 \cdot 1^2\right) \cdot \omega'$

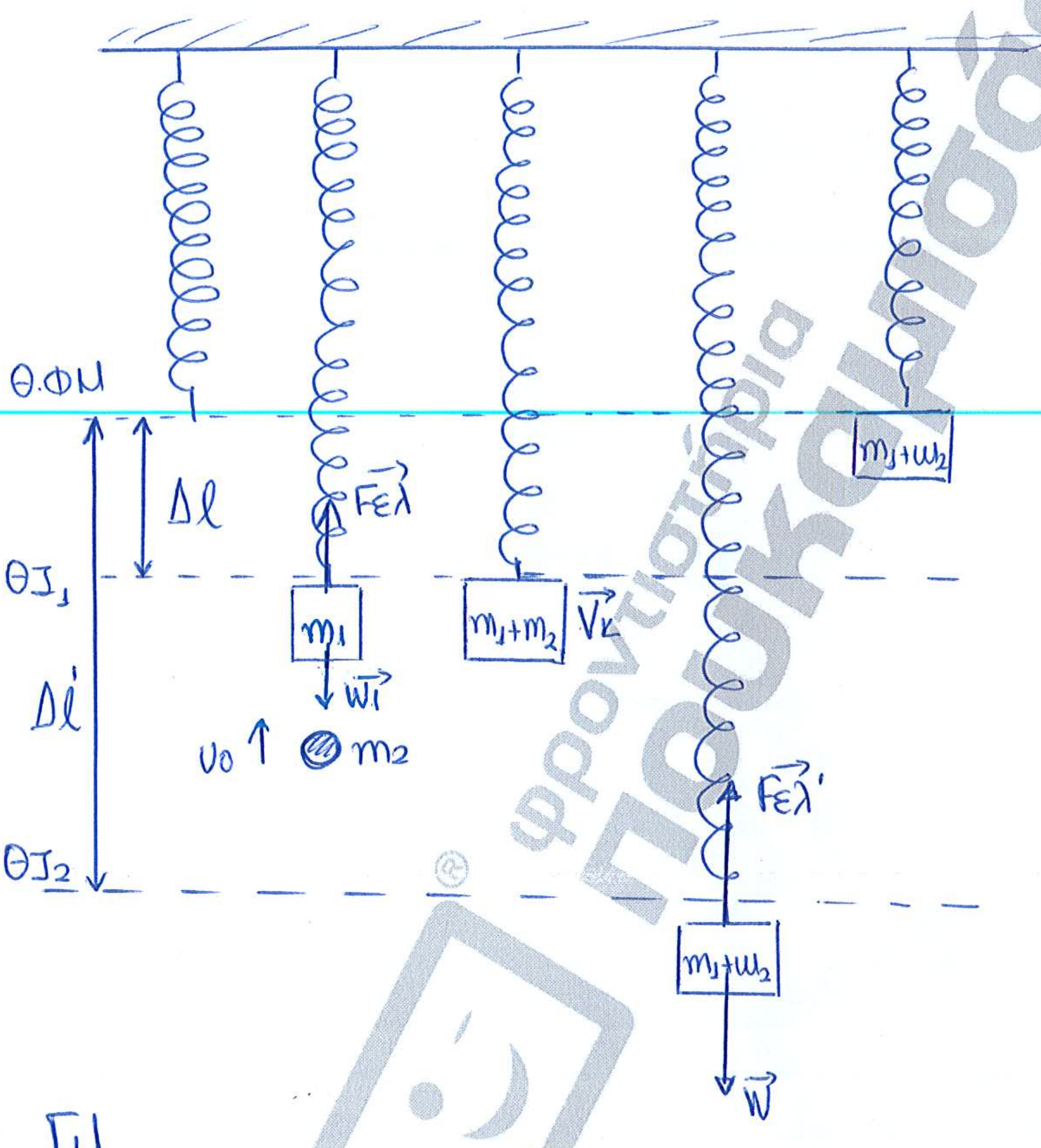
$3\pi = 2\omega' \Rightarrow \boxed{\omega' = \frac{3\pi}{2} \text{ rad/s}}$

όμως

$\theta = \omega' \cdot \Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{\cancel{2}} = \frac{3\pi}{\cancel{2}} \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{3} \text{ sec}$

άρα σωστό το ii.

ΘΕΜΑ Γ



Γ1

Στη ΘΙ$_1$: $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{ελ} = w_1 \Rightarrow k \cdot \Delta\ell = m_1 \cdot g \Rightarrow k = \dfrac{m_1 g}{\Delta\ell} = \dfrac{10}{0{,}05} \Rightarrow$

$$\boxed{k = 200\ N/m}$$

Στη ΘΙ$_2$: $F_{ελ}' = w \Rightarrow k\Delta\ell' = (m_1+m_2)g \Rightarrow \Delta\ell' = \frac{(m_1+m_2)g}{k}$

$\Rightarrow \Delta\ell' = \frac{20}{200} \Rightarrow \boxed{\Delta\ell' = 0{,}1m}$

Εφόσον το συσσωμάτωμα φτάνει μέχρι τη θέση στην οποία το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος. $\boxed{\Delta\ell' = A = 0{,}1m}$

Γ2) Εφόσον το σύστημα είναι μονωμένο ($\Sigma \vec{F}_{εξ} = 0$) εφαρμόζουμε Α.Δ.Ο

$$\vec{P}_{ολ_{ΑΡΧ}} = \vec{P}_{ολ_{ΤΕΛ}} \Rightarrow \boxed{m_2 u_0 = (m_1+m_2)V_K} \quad (1)$$

Η θέση έναρξης της ταλάντωσης απέχει από Θ.Ι$_2$ απόσταση x.

Α.Δ.Ε.Τ $\quad E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(m_1+m_2)V_K^2 + \frac{1}{2}kx^2$

$$\Rightarrow V_K = \sqrt{\frac{k(A^2-x^2)}{m_1+m_2}} = \sqrt{\frac{200(0{,}1^2-0{,}05^2)}{2}} = 0{,}5\sqrt{3}\, m/s$$

$$\Rightarrow \boxed{V_K = 0{,}5\sqrt{3}\, m/s}$$

$$(1) \Rightarrow u_0 = \frac{(m_1+m_2)V_K}{m_2} = \frac{2\cdot 0{,}5\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}\, m/s \Rightarrow \boxed{u_0 = \sqrt{3}\, m/s}$$

$$K_{APX_{\Sigma_2}} = \frac{1}{2} m_2 u_0^2 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}^2 = 1{,}5J$$

$$\Rightarrow \boxed{K_{APX_{\Sigma_2}} = 1{,}5J}$$

Γ3) $\Delta\vec{p}_{\Sigma_2} = \vec{p}\,'_{\Sigma_2} - \vec{p}_{\Sigma_2} \Rightarrow \Delta p_{\Sigma_2} = m_2 V_K - m_2 \cdot u_0 \Rightarrow$

$\Delta p_{\Sigma_2} = 0{,}5\sqrt{3} - \sqrt{3} \Rightarrow \boxed{\Delta p_{\Sigma_2} = -0{,}5\sqrt{3}\ kg\,m/s} \Rightarrow$

$$\boxed{|\Delta p_{\Sigma_2}| = 0{,}5\sqrt{3}\ kg\,m/s}$$

με κατευθυνση αντίθετα της αρχικής ταχυτητας u_0 (προς την αρνητική κατεύθυνση).

Γ4) $x = A\eta\mu(\omega t + \phi_0)$

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{200}{2}} \Rightarrow \boxed{\omega = 10 r/s}$

$t=0 \rightarrow \left.\begin{matrix} x = 0{,}05m \\ u > 0 \end{matrix}\right\}$ $\quad x = A\eta\mu(\omega t + \phi_0) \Rightarrow$

$\Rightarrow 0{,}05 = 0{,}1\,\eta\mu\phi_0 \Rightarrow$

$$\eta\mu\phi_0 = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\phi_0 = \frac{\pi}{6}\ rad}$$

$$\boxed{x = 0{,}1\,\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right) \quad (S.I.)}$$

2ος Τρόπος Για την αρχική φάση

εύρεση με χρήση του περιστρεφόμενου διανύσματος